**松江区2017届高三第一学期高三期末考试**

数学试卷

（满分150分，完卷时间120分钟） 2017.1

**一．填空题（本大题满分54分）本大题共有12题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，第1～6题每个空格填对得4分，第7～12题每个空格填对得5分，否则一律得零分．**

1．设集合，，则 ▲ ．

2．已知，是虚数单位，若，则 ▲ ．

3．已知函数的图像经过点，则 ▲ ．

4．不等式的解集为▲．

5．已知向量, ,则函数的最小正周期为 ▲ ．

6．里约奥运会游泳小组赛采用抽签方法决定运动员比赛的泳道．在由2名中国运动员和6名外

国运动员组成的小组中，2名中国运动员恰好抽在相邻泳道的概率为▲．

7．按下图所示的程序框图运算：若输入，则输出的值是 ▲ ．



8．设，若，则 ▲ ．

9．已知圆锥底面半径与球的半径都是，如果圆锥的体积与球的体积恰好也相等，那么这个圆锥的侧面积是 ▲ ．

10．设是曲线上的点，，则的最大值=▲ ．

11．已知函数，若在其定义域内有3个零点，则实数 ▲ ．

12．已知数列满足，，若，且是递增数列、是递减数列，则 ▲ ．

**二、选择题(本大题满分20分)本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案，考生必须在答题纸相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律得零分.**

13．已知，则“”是“”的

充分非必要条件必要非充分条件

充要条件既非充分也非必要条件

14．如图，在棱长为1的正方体中，点在截面上，则线段的最小值等于

 



15．若矩阵满足：且，则这样的互不相等的矩阵共有

2个6个 8个 10个

16.解不等式时，可构造函数，由在是减函数，及，可得．用类似的方法可求得不等式的解集为



**三．解答题（本大题满分76分）本大题共有5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤．**

17．**（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分**

如图，在正四棱锥中，，是棱的中点．

（1）求证：；

（2）求直线与所成角的余弦值．

18．**（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分**

已知函数为实数．

（1）根据的不同取值，讨论函数的奇偶性，并说明理由；

（2）若对任意的，都有，求的取值范围.

19．**（本题满分14分）**

上海市松江区天马山上的“护珠塔”因其倾斜度超过意大利的比萨斜塔而号称“世界第一斜塔” ．兴趣小组同学实施如下方案来测量塔的倾斜度和塔高：如图，记O点为塔基、P点为塔尖、点P在地面上的射影为点H．在塔身OP射影所在直线上选点A，使仰角，过O点与OA成的地面上选B点，使仰角（点A、B、O都在同一水平面上），此时测得，A与B之间距离为米．试求：

（1）塔高（即线段PH的长，精确到0.1米）；

（2）塔身的倾斜度（即PO与PH的夹角，精确到）.

20．**（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分**

已知双曲线经过点，两条渐近线的夹角为，直线交双曲线于、两点．

（1）求双曲线的方程；

（2）若过原点，为双曲线上异于、的一点，且直线*、*的斜率、均存在，

求证：为定值；

（3）若过双曲线的右焦点，是否存在轴上的点，使得直线绕点无论怎样转动，都有成立？若存在，求出的坐标；若不存在，请说明理由．

21．**（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分**

如果一个数列从第项起，每一项与它前一项的差都大于，则称这个数列为“H型数列”．

（1）若数列为“H型数列”，且，，，求实数的取值范围；

（2）是否存在首项为的等差数列为“H型数列”，且其前项和满足

？若存在，请求出的通项公式；若不存在，请说明理由．

（3）已知等比数列的每一项均为正整数，且为“H型数列”，，

，当数列不是“H型数列”时，试判断数列是否为“H型数列”，并说明理由．

**松江区2016学年度第一学期高三期末考试**

数学试卷（参考答案）2017.1

**一．填空题（本大题共54分）第1～6题每个空格填对得4分，第7～5题每个空格填对得5分**

1．**** 2．3．****4．5．****6．

7．1438．11 9．10．1011．****12．

**二、选择题（每小题5分，共20分）**

13．B 14．C 15. D 16．A

**三．解答题（共76分）**

**17．**解: （1）证明：∵四边形*ABCD*为正方形，且

∴都是等边三角形………………2分

∵是棱的中点，

∴，又

∴平面………………5分

又平面∴………………6分

（2）连接AC，交BD于点O，连OE．

四边形*ABCD*为正方形，∴O是AC的中点………………8分

又是的中点

∴*OE*为△*ACP*的中位线，∴

∴∠BOE即为BE与PA所成的角……………………10分

在Rt△BOE中，，……12分

∴……………………14分

18．解：（1）函数的定义域为R，且……………2分

①若是偶函数，则对任意的都有，

即即∴……………3分

②若是奇函数，则对任意的都有，

即即∴……………4分

∴当时，为偶函数，当时，为奇函数，

当时，既非偶函数也非奇函数……………6分

（2）由可得即……………8分

∵当时，单调递减，其最大值为1 ∴……………10分

同理，由可得即

∵当时，单调递减，且无限趋近于0，∴……………13分

∴………………………14分

19.解：(1)设塔高由题意知，,

所以均为等腰直角三角形

∴……………2分

在中，，，

∴……………6分

(2)在中，，

，，

由，

得……………10分

∴……………13分

所以塔高米，塔的倾斜度为。……………14分

20.解：（1）由题意得……………2分

解得……………3分

∴双曲线的方程为……………4分

（2）证明：设点坐标为，则由对称性知点坐标为…………5分

设，则……………7分

得……………8分

所以……………10分

（3）当直线的斜率存在时，设直线方程为，

与双曲线方程联立消得，

∴得且……………12分

设、

∵



……………………14分

假设存在实数，使得，

故得对任意的恒成立，

∴，解得

∴当时，.

当直线*l*的斜率不存在时，由及知结论也成立

综上，存在，使得. …………………………………16分

23．解：（1）由题意得，………………1分

，即，………………3分

解不等式得；…………………4分

（2）假设存在等差数列符合要求，设公差为，则，

由，得，…………………5分

由题意得：对均成立，

即：对均成立，…………………7分

因为，且，所以，与矛盾，

因此，这样的等差数列不存在．…………………10分

（3）设数列的公比为，则，因的每一项均为正整数，

且，所以，且，

因，

即：在中，“”为最小项，

同理，在中，“”为最小项，…………………11分

由为“H型数列”，可知只需，即，

又因为不是“数列”，且“”为最小项，所以，即，

由数列的每一项均为正整数，可得，

所以或，…………………12分

当时，，

则，

令，则，

令，

则，

所以为递增数列，

即，

即，

因为，所以，对任意的都有，

即数列为“H型数列”；…………………16分

当时，，

则，显然，为递减数列，，

故数列不是“H型数列”；

综上：当时，数列为“H型数列”，

当时，数列不是“H型数列”．…………………18分